**碎形──跨越維度的奇幻之旅**

1. 先備知識
2. 相似

定義：

相似圖形邊長，面積，和體積的關係：

假設圖形F和圖形G相似，F和G的相似比為1比k，那麼F和G的面積比為1比k2；體積比為1比k3。

1. 指數函數

定義：

例如：

1. 無限

定義：

1. 自我相似

活動一：製作考區曲線 (Koch Curve)

1. 每一張圖的圖形總長度有規律嗎？規律是甚麼？可否解釋這個規律的來源？
2. 圖形中，那些部分有相似呢？

活動二：製作史賓斯基地毯 (Sierpinski Carpet)

1. 每一張圖的圖形剩餘面積有規律嗎？規律是甚麼？
2. 圖形中，那些部分有相似呢？
3. 碎形 (fractal)

數學家：曼德布洛特 (Benoit B. Mandelbrot, 1924-2010)

定義；「一個粗糙或零碎的[幾何形狀](https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%87%A0%E4%BD%95%E5%BD%A2%E7%8A%B6)，可以分成數個部分，且每一部分都（至少近似地）是整體縮小後的形狀」考區曲線及史賓斯基地毯極為碎形的典型例子。

問：真正的碎形存在嗎？

其實，考區曲線和史賓斯基地毯確實存在，至是我們無法看見，活動一和活動二圖案只是重複幾何操作有限次就停止的仿冒圖。

雖然完美的碎形在生活中不存在，生活中處處皆充滿自我相似的物品，例如：花椰菜、血管分支、積雨雲、閃電、布朗運動等。而碎形理論可以完整的解釋生活中這些自我相似的事物。

1. 碎形的維度？
2. 問題與討論：
3. 考區曲線有多長呢？
4. 考區曲線包圍的面積有多大呢？
5. 史賓斯坦地毯周長有多長呢？
6. 史賓斯坦地毯面積多大呢？

看來考區曲線和史賓斯基地毯的真正面貌與大家的印象截然不同。

考區曲線：周長無限大的鋸齒狀圖形，且貼在平面特定區域內。

史賓斯坦地毯：周長無限大，面積卻是零的國王的地毯。

模糊的文字很難說明碎形真正的樣貌；然而，聰明的數學家豪斯多夫巧妙的使用維度來定義碎形。

1. 計算維度

維度k和拼排個數的法則：把nk 個縮小n倍的相似圖形加起來等於1。

為了瞭解上述定義，我們來討論縮放倍率與質量的關係。

1. 正方形
2. 正方體
3. 考區曲線
4. 史賓斯基地毯